**Приложение**

**Историческая страница**

 Логарифмы были изобретены шотландским математиком Джоном Непером (1550-1617) в 1614 г. Его «Канон о логарифмах» начинался так: «Осознав, что в математике нет ничего более скучного и утомительного, чем умножение, деление, извлечение квадратных и кубических корней, и что названные операции являются бесполезной тратой времени и неиссякаемым источником неуловимых ошибок, я решил найти простое и надежное средство, чтобы избавиться от них».
 Сейчас в это трудно поверить, но логарифмы, головная боль старшеклассников, были придуманы для того, чтобы облегчить нам жизнь. Наверняка наши правнуки удивятся, когда узнают, что компьютеры были созданы с той же благородной целью.
 Так как же работают логарифмы Непера? Слово изобретателю: «Отбросьте числа, произведение, частное или корень которых необходимо найти, и возьмите вместо них такие, которые дадут тот же результат после сложения, вычитания и деления на два и на три».
Иными словами, используя логарифмы, умножение можно упростить до сложения, деление превратить в вычитание, а извлечение квадратного и кубического корней — в деление на два и на три соответственно. Например, чтобы перемножить числа 3,8 и 6,61, определим с помощью таблицы и сложим их логарифмы: 0,58+0,82=1,4. Теперь найдем в таблице число, логарифм которого равен полученной сумме, и получим почти точное значение искомого произведения: 25,12. И никаких ошибок!
 Отправляясь на Луну, американские астронавты брали с собой линейку Pickett N600-ES в качестве запасного калькулятора.

 Логарифмическая линейка, прообразом которой явилась так называемая гантерова линейка (Gunter's line), была изобретена английским математиком Э. Гантером вскоре после открытия логарифмов и описана им в 1623. Это была логарифмическая шкала (линейка), на которой сложение отрезков производилось с помощью циркуля. В 1630 году английский математик Уильям Отред заменил циркуль второй линейкой (движком). В дальнейшем усовершенствовались лишь детали: в 1650 была осуществлена идея нанесения шкалы по спирали на цилиндрической поверхности; в 30-х гг. 19 в. появился прибор, действующий по принципу линейки Гантера, выполненной в виде часов с вращающимся циферблатом (логарифмическая шкала) и подвижной стрелкой, — прообраз современных круглых логарифмических линеек; в 1850 к логарифмической линейке был добавлен бегунок, что значительно упростило работу с ней; в начале 20 в. для расчётов с повышенной точностью использовались т. н. счётные вальцы  — вид логарифмической линейки, шкалы которой нанесены по образующим цилиндрических вальцов; движком служил полый цилиндр с окнами, прорезанными против основных шкал; деление движка нанесено по краям этих прорезей. Современная логарифмическая линейка — простой и удобный счётный инструмент; применяется при инженерных и прочих расчётах, когда точность вычислений ограничивается 2—3 знаками (для обычной логарифмической линейки длиной 25 *см* с  = 250 *мм*)*.* Логарифмические линейки с  = 500—750 *мм* дают точность 4—5 знаков.

 Простейшая логарифмическая линейка состоит из двух шкал в логарифмическом масштабе, способных передвигаться относительно друг друга. Более сложные линейки содержат дополнительные шкалы и прозрачный бегунок с несколькими рисками. На обратной стороне линейки могут находиться какие-либо справочные таблицы.

 Для того, чтобы вычислить произведение двух чисел, начало подвижной шкалы совмещают с первым множителем на неподвижной шкале, а на подвижной шкале находят второй множитель. Напротив него на неподвижной шкале находится результат умножения этих чисел:

lg(x) + lg(y) = lg(xy)

Чтобы разделить числа, на подвижной шкале находят делитель и совмещают его с делимым на неподвижной шкале. Начало подвижной шкалы указывает на результат:

lg(x) - lg(y) = lg(x/y)

 С помощью логарифмической линейки находят лишь мантиссу числа, его порядок вычисляют в уме. Точность вычисления обычных линеек — два-три десятичных знака. Для выполнения других операций используют бегунок и дополнительные шкалы.

Следует отметить, что, несмотря на простоту, на логарифмической линейке можно выполнять достаточно сложные расчёты. Раньше выпускались довольно объёмные пособия по их использованию.

В СССР логарифмические линейки широко использовались для выполнения инженерных расчётов примерно до начала 80-х годов XX века, когда они были вытеснены калькуляторами.

**Поэтическая страница «Ода экспоненте»**

Многообразные применения показательной (или как еще ее называют экспоненциальной) функции вдохновили английского поэта Эльмера Брилла, он написал “оду экспоненте”. Отрывок из которой мы приводим:

*“…Ею порождено многое из того,
Что достойно упоминания,
Как говорили наши
Англосаксонские предки.
Могущество ее порождений
Заранее обусловлено ее
Собственной красотой и силой,
Ибо они суть физическое воплощение
Абстрактной идеи ее.
Английские моряки любят и знают ее
Под именем “Гунтер”.
Две шкалы Гунтера-
Вот чудо изобретательности.
Экспонентой порождена
Логарифмическая линейка:
У инженера и астронома не было
Инструмента полезнее, чем она.
Даже изящные искусства питаются ею.
Разве музыкальная гамма не есть
Набор передовых логарифмов?
И таким образом абстрактно красивое
Стало предком одного из величайших
Человеческих достижений”*

**Звезды, шум и логарифмы**

Здесь, казалось бы, связаны несоединимые вещи. Шум и звезды объединяются потому, что громкость шума и яркость звезд оцениваются одинаковым образом – по логарифмической шкале.

Астрономы делят звезды по степени яркости на видимые и абсолютные звездные величины – звезды первой величины, второй, третьей и т. д. Последовательность видимых звездных величин, воспринимаемых глазом, представляет собой арифметическую прогрессию. Но физическая их яркость изменяется по иному закону: яркости звезд составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 2,5. Легко понять, что «величина» звезды представляет собой логарифм ее физической яркости. Оценивая яркость звезд, астрономы оперируют таблицей логарифмов, составленной при основании 2,5.

Аналогично оценивается и громкость шума. Вредное влияние промышленных шумов на здоровье рабочих и на производительность труда побудило выработать приемы точной числовой оценки громкости шума. Единицей громкости служит «бел», но практически используются единицы громкости, равные его десятой доле, - так называемые «децибелы». Последовательность степени громкости 1 бел, 2 бела и т. д. составляют арифметическую прогрессию. Физические же величины, характеризующие шумы (энергия, интенсивность звука и др.), составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 10. Громкость, выраженная в белах, равна десятичному логарифму соответствующей физической величины. Рассмотрим несколько примеров: тихий шелест листьев оценивается в 1 бел, громкая разговорная речь – в 6,5 бела, рычанье льва – в 8,7 бел, шум Ниагарского водопада – 9 бел. Отсюда следует, что по силе звука разговорная речь превышает шелест листьев в 106,5-1=105,5=316000 раз, львиное рычанье сильнее громкой речи в 108,7-6,5=102,2=158 раз.

**Логарифмы и ощущения**

Ощущения, воспринимаемые органами чувств человека, могут вызываться раздражениями, отличающимися друг от друга во много миллионов и даже миллиардов раз. Удары молотка о скользкую плиту в сто раз громче, чем тихий шелест листьев, а яркость вольтовой дуги в триллионы раз превосходит яркость какой-нибудь слабой звезды, едва видимой в ночном небе. Но никакие физиологические процессы не позволяют дать такого диапазона ощущений. Опыты показали, что организм как бы «логарифмирует» полученные им раздражения, т. е. величина ощущения приблизительно пропорциональна десятичному логарифму величины раздражения. Как видим, логарифмы вторгаются и в область психологии.

**Логарифмическая спираль**

Безобидная воронка, образованная вытекающей из ванны водой; свирепый смерч, опустошающий все на своем пути; величественный круговорот гигантского космического вихря туманностей и галактик – все они имеют форму спиралей.

Рассмотрим еще одну удивительную спираль, которую нарисуют три светлячка. Пусть находящиеся друг от друга на равном удалении, т. е. в вершинах правильного треугольника, жучки А, В и С решили познакомиться друг с другом. А направился прямиком к В, В – к С, С – к А. Путешествуя с постоянной скоростью, в любой момент времени светлячки будут располагаться в вершинах правильного треугольника, подобного исходному. Каждый светлячок при этом очертит дугу *логарифмической спирали.*

Логарифмическая спираль описывается уравнением



Впервые о логарифмической спирали говорится в одном из писем французского математика Рене Декарта в 1638г. Увидеть ее можно, например, в витках раковины. Семена в корзине подсолнуха также располагаются по кривым, близким к дугам логарифмической спирали.

Живые существа обычно растут, сохраняя общее очертание своей формы. При этом они растут всего во всех направлениях – взрослое существо и выше и толще детеныша. Но раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении. Чтобы не слишком вытягиваться в длину, им приходится скручиваться, причем каждый следующий виток подобен предыдущему. А такой рост может совершать лишь по логарифмической спирали или ее некоторым пространственным аналогам. Поэтому раковины многих моллюсков, улиток, а также рога таких млекопитающих, как архары (горный козел), закручены по логарифмической спирали. Можно сказать, что эта спираль является математическим символом соотношения форм роста. Великий немецкий поэт Иоганн Вольфгант Гете считал ее даже математическим символом жизни и духовного развития.

Очертания, выраженные логарифмической спиралью, имеют не только раковины, в нити вокруг центра по логарифмической спирали. По логарифмическим спиралям закручены и многие галактики, в частности, Галактика, которой принадлежит Солнечная система.

Одно из замечательных свойств логарифмической спирали состоит в том, что произвольный луч, выходящий из ее полюса, пересекает любой виток спирали под одним и тем же углом. Это свойство применяется в режущих машинах. Вращающиеся ножи соломорезки имеют профиль, очерченный по логарифмической спирали. Угол резания такого механизма постоянен вдоль всей кромки подвижного ножа.

Оказывается, трубу, подводящую струю воды к лопастям турбинного колеса на гидроэлектростанции, также следует заворачивать по логарифмической спирали. Тогда потери энергии движущейся воды будут минимальными.

Логарифмическая спираль – кривая «с твердым характером». Она не изменяет своей природы при многих преобразованиях, к которым чувствительны другие кривые. Сжать или растянуть эту спираль относительно ее полюса – то же самое, что повернуть ее на определенный угол. Свойства логарифмической спирали так глубоко поразили швейцарского математика Якоба Бернулли, что он завещал высечь ее на своем надгробье, сопроводив изображение латинской фразой «Eadem mutata resurgo» - «Измененная, возрождаюсь прежней».